

ÁLGEBRA LINEAL

The background features a dark blue color with a white grid of lines forming a pattern of overlapping squares and diamonds. In the center, there is a complex, three-dimensional geometric structure composed of several overlapping, semi-transparent planes in various shades of blue and purple, creating a sense of depth and perspective.

Iván Agustín Quizhpe Uchuari

ÁLGEBRA LINEAL



ÁLGEBRA LINEAL



Autor

Iván Agustín Quizhpe Uchuari

ÁLGEBRA LINEAL

Reservados todos los derechos. Está prohibido, bajo las sanciones penales y el resarcimiento civil previstos en las leyes, reproducir, registrar o transmitir esta publicación, íntegra o parcialmente, por cualquier sistema de recuperación y por cualquier medio, sea mecánico, electrónico, magnético, electroóptico, por fotocopia o por cualquiera otro, sin la autorización previa por escrito al Centro de Investigación y Desarrollo Ecuador (CIDE).

DERECHOS RESERVADOS

Copyright © 2022
Centro de Investigación y Desarrollo Ecuador
Guayaquil, Ecuador
Tel.: + (593) 04 2037524
<http://www.cidecuador.com>

ISBN: 978-9942-844-86-6
Impreso y hecho en Ecuador

Dirección editorial: Lic. Pedro Misacc Naranjo, Msc.
Coordinación técnica: Lic. María J. Delgado
Diseño gráfico: Lic. Danissa Colmenares
Diagramación: Lic. Alba Gil
Fecha de publicación: Junio, 2022



CIDE
EDITORIAL

Catalogación en la fuente

Álgebra lineal / Iván Agustín Quizhpe Uchuari. -- Ecuador:
Editorial CIDE, Junio 2022

245 p.: incluye tablas, gráficos; 16 x 24 cm.

ISBN: 978-9942-844-86-6

1. Álgebra

Semblanza del Autor



Iván Agustín Quizhpe Uchuari

Ecuatoriano, casado, residenciado en Loja, es Licenciado en Ciencias de la Educación en la Especialidad de Físico- Matemáticas, en la Universidad Nacional de Loja, Ecuador (2011). Magíster en Pedagogía, Universidad Técnica Particular de Loja, Ecuador (2018). Cursando actualmente Doctorado en Ciencias Pedagógicas en la Universidad Andina Simón Bolívar, Bolivia (2019). Docente de instituciones de nivel medio y de Instituciones de educación superior como la Universidad Técnica Particular de Loja y la Universidad Nacional de Loja. Autor de libros y artículos de investigación para revistas indexadas. Ha participado en cursos, talleres, seminarios y congresos a nivel nacional e internacional.

Con especial cariño esta obra va dedicada a Dios mi Señor que cada día me bendice. A mi esposa Ana María e hijos María Alejandra, María Cristina y Francisco Iván, que son el impulso, la razón y el motivo para la publicación de esta obra. A mis padres Agustín y Esperanza que con su ejemplo y amor me han formado como una persona responsable teniendo en cuenta que los objetivos de vida hay que cumplirlos. A mis hermanos Martha, Pablo (+), Diego y Mónica, que con su apoyo incondicional han estado presentes en cada momento. Finalmente, a mi familia política que me han apoyado en diferentes proyectos de vida.

Agradecimiento

A las diferentes instituciones educativas de nivel medio que me han abierto las puertas para prestar mis servicios como profesional, en especial a la Unidad Educativa Santa Mariana de Jesús. A la Universidad Nacional de Loja, mi casa de estudios y donde hoy presto mis servicios como profesional, pero sobre todo a la carrera de Pedagogía de las ciencias experimentales: Matemáticas y la Física por brindarme su apoyo incondicional. Finalmente, un agradecimiento a CIDE y los diferentes revisores de la obra por ayudarme en la guía pertinente para la realización de la misma.

Semblanza del autor	6
Dedicatoria	7
Agradecimiento	8
Introducción	15
Prólogo	18
Unidad 1. Matrices	19
Álgebra Lineal	20
Matriz	20
Notación de las matrices	20
Igualdad de matrices	21
Matriz cuadrada	21
Matriz nula	22
Operaciones con matrices	22
Suma de matrices	22
Resta de matrices	23
Producto de una matriz por un escalar	24
Propiedades algebraicas para la suma de matrices	28
1. Propiedad de la cerradura	28
2. Propiedad conmutativa	28
3. Propiedad del elemento neutro	29
4. Propiedad asociativa	29
5. Propiedad del inverso aditivo	29
Propiedades o axiomas para el producto de un escalar por una matriz	30
1. Propiedad de la cerradura	30
2. Propiedad asociativa	30

3. Propiedad del elemento neutro	30
4. Propiedad distributiva	31
Multiplicación de matrices	31
Propiedades de la multiplicación de matrices	34
1) Propiedad conmutativa	34
2) Propiedad de la cerradura	34
3) Propiedad asociativa	34
4) Propiedad distributiva	34
Tipos de matrices	35
Diagonal principal de una matriz	35
1. Matriz nula	35
2. Matriz de unos	35
3. Matriz diagonal	35
4. Matriz identidad	35
5. Matriz transpuesta	36
Propiedad de la matriz transpuesta	36
Matriz simétrica	39
Matriz antisimétrica	40
Matriz idempotente	41
Matriz nilpotente	41
Propiedades de la matriz nilpotente	43
Matriz involutiva	43
Propiedad de la matriz involutiva	43
Matriz probabilidad estocástica (Mp)	44
Matriz doblemente estocástica	44
Traza de una matriz	44
Matrices conmutables	45
Propiedades de las matrices conmutables	49
Matriz cero	49
Matriz diagonal	49
Matriz identidad	49
Matriz triangular	50
<i>Matriz triangular superior</i>	50
<i>Matriz triangular inferior</i>	50
Matrices escalonadas y proceso de Gauss Jordan	50
Matriz escalonada	50
Matriz equivalente	50
Operaciones elementales por reglones	50
1. Intercambio de renglones	50
2. Multiplicación de un renglón	51

3. Suma de un múltiplo de un renglón a otro renglón .	51
Matrices escalonadas	51
Matrices escalonadas reducidas	52
Método de eliminación Gaussiana con reducciones hacia abajo	57
Matrices inversas	58
Matriz invertible de 2×2	60
Matrices inversas por el método de Gauss Jordán	62
La factorización	67
Factorización LU	67
<i>Características de la matriz L</i>	67
<i>Características de la matriz U</i>	68
Factorizar LU para una matriz de 3×3	71
Unidad 2. Determinantes	82
Determinantes	83
Determinantes 2×2	83
Determinantes 3×3	85
Determinantes 3×3 por el método de columnas adjuntas ..	88
Regla de Sarrus	90
Desarrollo de determinantes por menores y cofactores ...	93
<i>Menores</i>	93
<i>Cofactores</i>	93
Matriz adjunta	96
Teorema de expansión de Laplace	97
Regla de Chio	99
Matrices inversas por el método de determinantes	104
Matrices por bloques	111
Suma de matrices particionadas	111
Producto de dos matrices particionadas	113
Unidad 3. Sistemas de ecuaciones	120
Sistemas de ecuaciones lineales por matrices	121
Igualdad	121
Ecuación	121

Sistemas de ecuaciones lineales de 2×2	123
Tipos de soluciones del sistema	123
Sistema de ecuaciones lineales con solución única	123
Sistema de ecuaciones lineales con múltiples soluciones ..	125
Sistema de ecuaciones lineales con solución nula	125
Solución de ecuaciones lineales con determinantes	140
Regla de Cramer	140
Variables libres y ligadas	148
Rango de una matriz	149
Teorema	149
Propiedades	150
Filas o renglones dependientes o independientes	150
Teorema del rango	152
Sistemas de ecuaciones sin solución	154
Sistemas de ecuaciones con solución múltiple	155
Sistemas de ecuaciones lineales homogéneos	162
Unidad 4. Vectores	170
Conceptos básicos del conjunto de vectores en \mathbb{R}	171
Características de los vectores	171
Denominación de los vectores	172
Magnitudes fundamentales	173
Magnitudes derivadas	174
Clases de vectores	174
1. Vector libre	174
2. Vector deslizantes	174
3. Vector fijo	174
4. Vectores iguales	174
5. Vectores negativos	174
Descomposición de un vector en el plano	175
Sistemas de coordenadas	176
Coordenadas rectangulares	176
Coordenadas polares	176
Coordenadas geográficas	177
Operaciones con vectores	179
Norma de un vector	179
Vector base	179

Vector unitario	179
Adición de vectores	180
Método algebraico	180
Producto vectorial o cruz	184
Vectores en \mathbb{R}^3 o vectores en el espacio	187
Componentes del vector	191
1. Vector unitario	191
2. Ángulos directores de un vector	191
3. Operaciones con vectores	192
Unidad 5. Espacios vectoriales	204
Espacios	204
Espacios Vectoriales	204
Suma	204
1. Propiedad de la cerradura de la suma	204
2. Propiedad asociativa de la suma	204
3. Propiedad conmutativa de la suma	204
4. Elemento neutro	204
5. Inverso aditivo	204
Multiplicación	205
6. Primera ley distributiva	205
7. Segunda ley distributiva	205
8. Propiedad de la cerradura	205
9. Propiedad asociativa	205
10. Elemento neutro de la multiplicación	205
Subespacios vectoriales (H)	214
1. Cerradura en H para la suma	214
2. Cerradura en H para la multiplicación por un escalar ...	214
Combinación lineal y conjunto generador	219
Espacio vectorial generado	223
Dependencia e independencia lineal	232
Bases y dimensión de los espacios vectoriales	235
Dimensión	235
Referencias	243