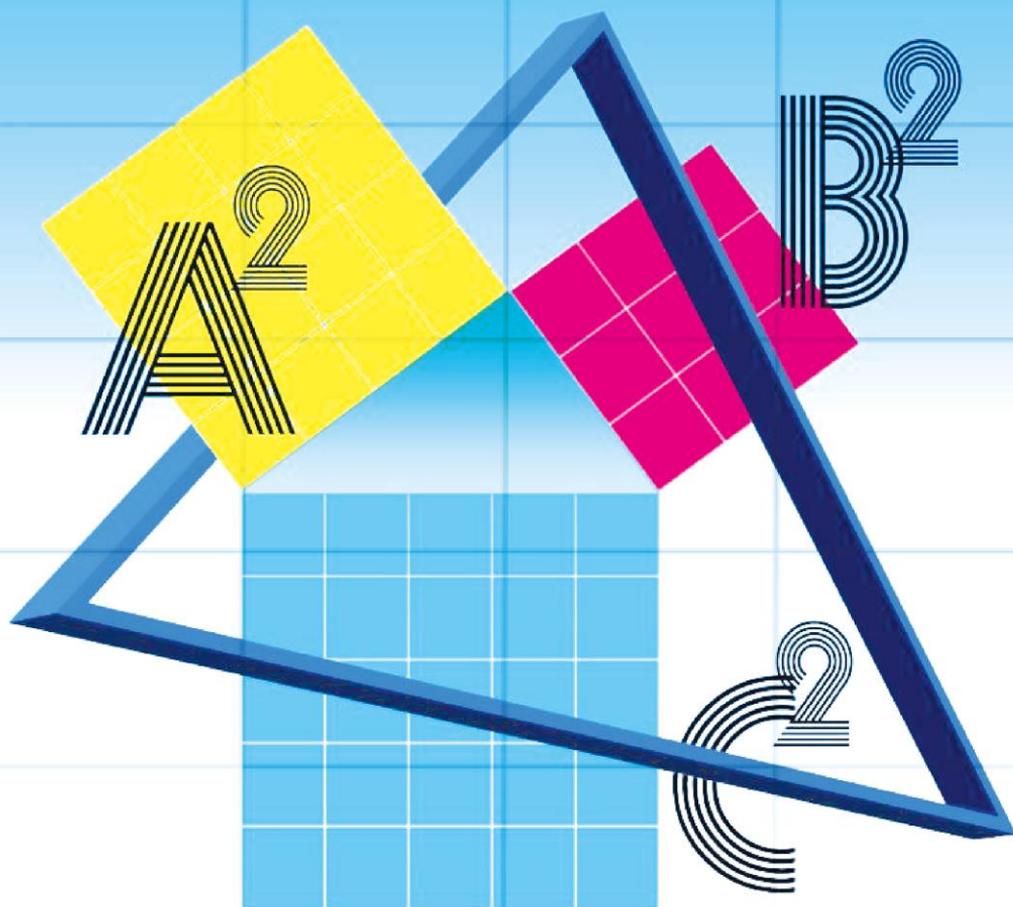


Fundamentos de la **TRIGONOMETRÍA**

Iván Agustín Quizhpe Uchuari
Jorge Santiago Tocto Maldonado



CIDE
EDITORIAL



Fundamentos de la
TRIGONOMETRÍA

Fundamentos de la
TRIGONOMETRÍA

Autores

Iván Agustín Quizhpe Uchuari

Jorge Santiago Tocto Maldonado

Reservados todos los derechos. Está prohibido, bajo las sanciones penales y el resarcimiento civil previstos en las leyes, reproducir, registrar o transmitir esta publicación, íntegra o parcialmente, por cualquier sistema de recuperación y por cualquier medio, sea mecánico, electrónico, magnético, electroóptico, por fotocopia o por cualquiera otro, sin la autorización previa por escrito al Centro de Investigación y Desarrollo Ecuador (CIDE).

Copyright © 2023

Centro de Investigación y Desarrollo Ecuador

Tel.: + (593) 04 2037524

<http://www.cidecuador.com>

ISBN: 978-9942-616-31-9

<http://doi.org/10.33996/cide.ecuador.FT2616319>

Dirección editorial: Lic. Pedro Misacc Naranjo, Msc.

Coordinación técnica: Lic. María J. Delgado

Diseño gráfico: Lic. Danissa Colmenares

Diagramación: Lic. Alba Gil

Fecha de publicación: abril, 2023



La presente obra fue evaluada por pares académicos experimentados en el área.

Catalogación en la Fuente

Fundamentos de la Trigonometría / Iván Agustín Quizhpe Uchuari y Jorge Santiago Tocto Maldonado.—Ecuador: Editorial CIDE, 2023

186 p.: incluye figuras; 17,6 x 25 cm.

ISBN: 978-9942-616-31-9

1. Trigonometría 2. Matemática

Semblanza de los autores

Lic. Iván Agustín Quizhpe Uchuari, Mg. Sc.

Ecuatoriano, casado, residenciado en Loja, es Licenciado en Ciencias de la Educación en la Especialidad de Físico- Matemáticas, en la Universidad Nacional de Loja, Ecuador (2011). Magíster en Pedagogía, Universidad Técnica Particular de Loja, Ecuador (2018). Cursando actualmente Doctorado en Ciencias Pedagógicas en la Universidad Andina Simón Bolívar, Bolivia (2019). Docente de instituciones de nivel medio y de Instituciones de educación superior: Universidad Técnica Particular de Loja y Universidad Nacional de Loja. Autor de libros y artículos de investigación para revistas indexadas. Miembro del comité científico de la revista *Tsa' chila*, ha participado en cursos, talleres, seminarios y congresos a nivel nacional e internacional.

Ing. Jorge Santiago Tocto Maldonado, Mg.Sc.

Profesional con estudios de cuarto nivel en Ciencias Matemáticas por la Universidad de La Habana, estudios de tercer nivel en Físico Matemáticas e Ingeniería en Sistemas por la Universidad Nacional de Loja. Importante experiencia en la enseñanza de la Matemática a nivel universitario, así como en la enseñanza de la Matemática y la Física en el nivel de bachillerato. Miembro de la Sociedad Ecuatoriana de Matemática. Becario Senescyt 2012. Representante estudiantil a la Comisión Académica de la Carrera de Físico Matemáticas de la UNL.

Dedicatoria

Con especial cariño la presente obra va dedicada a toda mi familia, a mi esposa e hijos, a mis padres, hermanos, y a todos que han estado dando muestras de apoyo incondicional.

Lic. Iván Agustín Quizhpe Uchuari, Mg. Sc.

A mi familia, por siempre estar presente.

Ing. Jorge Santiago Tocto Maldonado, Mg.Sc.

Agradecimiento

Un agradecimiento muy especial a la Universidad Nacional de Loja, en especial a la carrera de Pedagogía de las ciencias experimentales: Matemáticas y la física y a todos los que han hecho posible la realización de la presente obra; así como un agradecimiento a CIDE y a los diferentes revisores de la obra por ayudarnos en la guía pertinente para realización de la misma.

Contenido

Semblanza de los autores	5
Dedicatoria	6
Agradecimiento	7
Introducción	12
Prólogo	15

Unidad 1 *Preliminares*

Trigonometría	17
Ángulos	19
Tipos de ángulos	19
Ángulo agudo	19
Ángulo recto	20
Ángulo obtuso	20
Ángulo llano	21
Ángulos complementarios	21
Ángulos suplementarios	22
Clasificación por su posición	23
Adyacentes	23
Opuestos por el vértice	23
Ángulo en posición estándar	25
Ángulos coterminales	26
Ángulos positivos y negativos	27
Sistema de medidas angulares	28
Sistema sexagesimal	28
Sistema centesimal	29
Sistema cíclico	30

Triángulos	33
Teoremas fundamentales	34
Clasificación de triángulos según sus lados	36
Equilátero	36
Isósceles	36
Escaleno	37
Triángulos según sus ángulos	38
Triángulo acutángulos	38
Triángulo rectángulos	38
Triángulo obtusángulos	39
Triángulos equiángulos	39

Unidad 2

Trigonometría general y del triángulo rectángulo

Razones trigonométricas del triángulo rectángulo	45
Teorema de Pitágoras	48
Funciones trigonométricas para ángulos de 30° , 45° y 60°	51
Signos de las funciones trigonométricas en los cuatro cuadrantes	54
Resolución de triángulos rectángulos	58

Unidad 3

Gráficas de las funciones trigonométricas

Círculo unitario	68
Segmentos de las funciones trigonométricas	69
Gráficas de funciones trigonométricas	70
Características de las funciones trigonométricas	76
Sinusoidales y transformaciones	76

Unidad 4

Trigonometría analítica y ecuaciones trigonométricas

Relaciones fundamentales trigonométricas	82
Identidades trigonométricas	84
Ecuaciones trigonométricas	88
Métodos por factorización	91
Método por identidades trigonométricas	92
Funciones Trigonométricas de dos Ángulos	116
Seno de la suma de dos ángulos	116
Coseno de la suma de dos ángulos	117
Tangente de la suma de dos ángulos	118
Funciones de la diferencia de dos ángulos	119
Seno de la diferencia de dos ángulos	120
Coseno de la diferencia de dos ángulos	120
Tangente de la diferencia de dos ángulos	121
Funciones trigonométricas del ángulo doble	121
Seno del ángulo doble $\text{sen}(2\alpha)$	121
Función Coseno	122
Función Tangente	122
Funciones Trigonométricas de la mitad de un ángulo	128
Seno de la mitad de un ángulo	128
Coseno de la mitad de un ángulo	129
Tangente de la mitad de un ángulo	129
Funciones trigonométricas del ángulo potencia	133
Seno del ángulo potencia	134
Coseno del ángulo potencia	134
Tangente del ángulo potencia	134
Funciones de ángulos múltiples	137

Unidad 5

Trigonometría del triángulo oblicuángulo

Resolución de Triángulos Oblicuángulos	147
Ley de senos	147
Ley de los cosenos	149
Ley de las tangentes	150
Ley de cosenos	155
Ley de la tangente	156

Unidad 6
Aplicaciones en los números complejos

Números Complejos	170
Igualdad de números complejos	171
Operaciones con números complejos	172
Suma y resta de números complejos	172
Producto de dos números complejos	173
Cociente de dos números complejos	173
Triángulo de Pascal	176
Representación geométrica de un número complejo	177
Valor absoluto o módulo	179
Forma polar o trigonométrica de los números complejos	180
Producto de dos números complejos de forma polar	181
Referencias	184